Relativité et Électromagnétisme : TD n°5
— L7 —

Champs et masse d'une particule chargée

Sébastien Leurent, Marc Lilley & Sylvain Nascimbène
03 avril 2012

1 Champs d'une particule chargée en mouvement

On considère une particule de charge q en mouvement rectiligne uniforme à la vitesse $\boldsymbol{v}$ par rapport au référentiel du laboratoire K. Conformément aux notations de la figure 1, on s'intéresse aux champs créés par la particule q au point $M(x, y, z)$ à l'instant t où la charge q est à la distance vt de O.

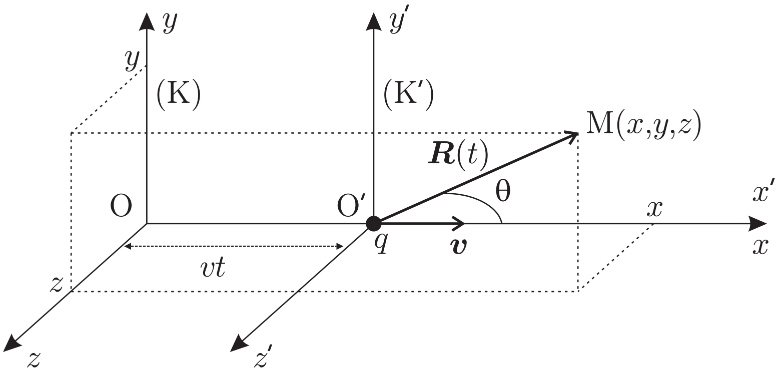

Figure 1: Charge en mouvement.

1. Calculer les composantes du quadrivecteur potentiel $\tilde{A}$ dans le référentiel K.
2. En déduire l'expression des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ au point M en fonction de q,v, $\boldsymbol{R} = \mathbf{O'M}$ et θ, l'angle entre $\boldsymbol{R}$ et l'axe des abscisses.
3. Dessiner les lignes du champ $\mathbf{E}$ et préciser la limite non relativiste des expressions trouvées à la question précédente.

On considère maintenant deux charges identiques, espacées d'une distance a, se déplaçant à la même vitesse, parallèlement à l'axe Ox (droites d'équations $y = 0$ et $y = a$).

4. On se place dans le référentiel K. À l'aide des expressions précédentes, montrer que la force de Lorentz exercée par la charge située sur l'axe (Ox) sur l'autre charge s'écrit :

$$\mathbf{F} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\boldsymbol{e_y} \ .$$

5. Dans l'approximation des faibles vitesses, montrer que cette force se compose d'une force répulsive et d'une force attractive que l'on interprètera.

2 Masse électromagnétique

On modélise une particule chargée par une sphère de rayon a dont la charge q est répartie en surface.

1. On considère tout d'abord la charge immobile. Calculer la densité d'énergie du champ électromagnétique puis l'énergie totale U' du champ. On pourra poser $e^2 = q^2/4\pi\epsilon_0$.

La particule chargée est maintenant animée d'une vitesse $\boldsymbol{v}$ par rapport au référentiel du laboratoire (voir Fig. 1).

2. Montrer que l'énergie U et la quantité de mouvement P_x du champ dans le référentiel du laboratoire sont données par les expressions suivantes :

$$U = \gamma \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right) U' , \quad (1)$$

$$P_x = \frac{4U'}{3c^2} \gamma v . \quad (2)$$

3. À l'aide de l'expression (2), définir une masse électromagnétique de la particule chargée notée $m_{\text{élec}}$.
4. Peut-on identifier les expressions (1) et (2) au quadrivecteur énergie-impulsion de la particule dans le référentiel du laboratoire ?